

ОТЗЫВ

официального оппонента

на диссертационную работу Машкова Евгения Юрьевича

«Дифференциальные уравнения леонтьевского типа со случайными возмущениями», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02. – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Дифференциальные уравнения леонтьевского типа являются конечномерным случаем уравнений соболевского типа. Они представляют самостоятельный интерес для исследований в связи с большим числом приложений в экономике, технике, биологии и др. Отметим многочисленные работы, авторами которых являются Ю.Е. Бояринцев, С.В. Брычев, Л.А. Власенко, Г.В. Демиденко, А.Г. Руткас, А.Л. Шестаков, Г.А. Свиридюк, С.М. Чуйко, В.Ф. Чистяков, S.L. Campbell, R. Winkler, автор настоящего отзыва и др., посвященные изучению дифференциальных уравнений леонтьевского типа и их приложениям. Вместе с тем, подчеркнем, что устоявшегося термина для таких уравнений нет, авторами употребляются названия дифференциально-алгебраические системы, алгебро-дифференциальные системы, дескрипторные системы и др.

Очень важным для приложений рассматриваемых уравнений представляется случай, когда в его правой части присутствуют помехи, т.е. случайные возмущения типа белого шума, т.е. оно имеет вид

$$L\dot{\xi}(t) = M\xi(t) + f(t) + \dot{w}(t).$$

В отличие от систем линейных дифференциальных уравнений первого порядка, разрешенных относительно производной, для изучения уравнений леонтьевского типа необходимо использовать производные высших порядков от свободных членов в правой части уравнения. В связи с этим в присутствии случайных возмущений в правой части уравнения возникает необходимость рассмотрения «производных» достаточно высоких порядков от винеровского процесса, существующих только в смысле обобщенных функций.

Отметим здесь возможность для изучения уравнений леонтьевского типа со случайными возмущениями на основе работ школы И.В. Мельниковой по уравнениям в пространстве Шварца, где обобщенная производная винеровского процесса имеет смысл. Однако, этот подход не позволяет в дальнейшем реализовать численные исследования такого рода уравнений.

Диссертантом разработан новый подход для изучения дифференциальных уравнений леонтьевского типа со случайными

возмущениями, основной принцип которого состоит в замене «производных» винеровского процесса на его текущие скорости. Текущие скорости (симметрические производные в среднем) являются естественными аналогами физической скорости детерминированных процессов.

Так же отметим недавние работы А.Л. Шестакова, Г.А. Свиридюка и их учеников, в которых предложен альтернативный способ изучения дифференциальных уравнений леонтьевского типа со случайными возмущениями, использующий производные в среднем случайных процессов.

Таким образом, в диссертации рассмотрены актуальные теоретические проблемы, связанные с изучением разрешимости и нахождением решений дифференциальных уравнений леонтьевского типа со случайными возмущениями. В то же время, исследуемые задачи имеют прикладное значение, результаты работы окажутся востребованными при исследовании задач экономики, биологии, техники.

Диссертационная работа содержит пять глав.

В первой главе приводятся необходимые определения и обозначения из теории производных в среднем и теории матриц. Приводятся теоремы В.Ф. Чистякова о преобразовании C^∞ -гладких, а также вещественно-аналитических пучков матриц, зависящих от времени.

Во второй главе настоящей диссертации получена формула для вычисления симметрических производных в среднем высших порядков от винеровского процесса. С применением преобразования Кронекера-Вейерштрасса для пучков постоянных матриц доказаны утверждения, позволяющие приводить дифференциальные уравнения леонтьевского типа со случайными возмущениями к каноническому виду. В этой же главе для уравнений с регулярным и сингулярным пучками постоянных матриц получены аналитические формулы для решений в терминах производных в среднем случайных процессов.

В третьей главе диссертации изучаются дифференциальные уравнения леонтьевского типа со случайными возмущениями и импульсными воздействиями в правой части, на языке которых в работах Л.А. Власенко, Ю.Г. Лысенко, А.Г. Руткаса описано математическое моделирование динамики корпорации предприятий при использовании инвестирования. С применением результатов предыдущей главы, для исследуемых в этой главе систем с регулярным, а также с сингулярным пучками постоянных матриц доказаны утверждения о разрешимости и получены аналитические формулы для решений в терминах текущих скоростей винеровского процесса.

В четвертой главе рассматриваются дифференциальные уравнения леонтьевского типа со случайными возмущениями и с переменными матрицами коэффициентов, зависящими от времени. Сначала изучается случай с вещественно-аналитическими и с C^∞ -гладкими квадратными матрицами, удовлетворяющими теоремам В.Ф. Чистякова. Считается, что пучки матриц коэффициентов рассматриваемых систем заранее приведены к каноническому виду, а также матрицы в левой части уравнений вырождены при всех t . Для рассматриваемых систем получены формулы для вычисления решений в терминах симметрических производных в среднем случайных процессов. Затем рассматривается случай для систем с непрерывными прямоугольными матрицами коэффициентов, не обязанных быть вещественно-аналитическими или C^∞ -гладкими. В этом случае для исследования систем со случайными возмущениями модифицируется подход, разработанный в работах Ю.Е. Бояринцева и В.Ф. Чистякова для изучения соответствующих алгебро-дифференциальных систем без случайных возмущений. Отметим, что полученный модифицированный подход не предполагает применения производных от свободных членов уравнения. В результате для систем с непрерывными матрицами получены необходимые и достаточные условия существования решений, достаточные условия для существования решений, а также получены аналитические формулы для вычисления решений.

В пятой главе определены дифференциальные уравнения леонтьевского типа в текущих скоростях. Для этого класса уравнений с матрицами коэффициентов, удовлетворяющих критерию «ранг-степень», доказаны теоремы существования решений в случаях коэффициентов диффузии двух типов.

К новым научным результатам, выносимым на защиты, следует отнести:

- 1) получение формул для нахождения симметрических производных в среднем высших порядков от винеровского процесса;
- 2) утверждения о приведении к каноническому виду дифференциальных уравнений леонтьевского типа со случайными возмущениями;
- 3) аналитическое решение дифференциальных уравнений леонтьевского типа со случайными возмущениями в терминах симметрических производных в среднем, при этом рассмотрены различные случаи – наличие импульсных воздействий, постоянные матрицы и матрицы с коэффициентами, зависящими от времени;
- 4) теоремы о существовании решений дифференциальных уравнений леонтьевского типа в текущих скоростях.

Обоснованность и достоверность изложенных в работе новых результатов обеспечена четкой постановкой изучаемых задач и полными доказательствами всех утверждений, соответствующими современному уровню математической строгости, изложенными четко и ясно.

Имеются следующие замечания, которые не влияют на положительную оценку работы:

1) при обосновании актуальности диссертационного исследования, на мой взгляд, необходимо было упомянуть работы И.В. Мельниковой и ее учеников, в которых изучаются обобщенные решения дифференциально-операторных уравнений с сингулярным белым шумом;

2) при выводе формул (2.3.4) и (2.4.4) на страницах 39 и 45 соответственно, необходимо было сослаться на следствие 2.1.1;

3) в работе имеется некоторое количество опечаток и орфографических ошибок, например, на странице 103 во втором абзаце в третьей строке орфографическая ошибка «... множество симметрических неотрицательно-определенная матричных функций ...», на странице 104 опечатка в предпоследнем предложении «Принимая во внимание равенство $\eta(t) = Q^{-1}\xi(t)$ и определение D_2 по формуле (1.1.) получаем, что второе равенство для $\eta(t)$ из (5.1.2) принимает вид $D_2\eta(t) = L$ »;

4) в работе нет заключения, содержащего выводы по работе и рекомендации по дальнейшему их использованию для развития проблематики исследования. Во введении отмечено, где могут быть использованы результаты, но, считаю, что наличие такого раздела в диссертации всегда украшает исследовательские работы.

Представленная диссертация является научно-квалификационной работой, в которой получены новые результаты, имеющие важное значение как в теоретических исследованиях дифференциальных уравнений, так и в их приложениях.

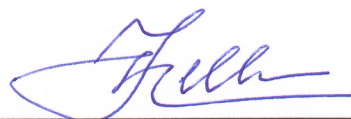
Основные научные результаты диссертации опубликованы в пятнадцати научных работах, пять из которых в рецензируемых научных журналах, рекомендованных Высшей аттестационной комиссией при Министерстве образования и науки Российской Федерации. Результаты представлялись на международных и всероссийских конференциях. Часть исследований, результаты которых представлены в диссертации, поддержана грантом Российского Фонда Фундаментальных исследований.

Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Необходимые ссылки на авторов и источники заимствования материалов в диссертации имеются. В соавторстве выполненные научные работы в диссертации и в автореферате отмечены.

Диссертация «Дифференциальные уравнения леонтьевского типа со случайными возмущениями» удовлетворяет всем требованиям п. 9 Положения о присуждении ученых степеней, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор, Машков Евгений Юрьевич, заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук ар специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Келлер Алевтина Викторовна,
доктор физико-математических наук,
доцент, профессор кафедры
математического моделирования ЮУрГУ



10.03.2016

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Южно-Уральский государственный университет" (национальный исследовательский университет), 4454080, г. Челябинск, пр. Ленина, 76, ЮУрГУ, тел.: +7 (351) 267-96-18, e-mail: kellerav@susu.ru



Подпись: Келлер А В удостоверение
Заместитель начальника УРК
Начальник отдела кадров И Ю Минакова Н К